

"La musique est la science du nombre rapportée aux sons".
(Jean de Garlande, 1275)

C'est le système musical des grecs qui a ouvert la voie à une étude physique des sons. Pythagore a décrit en termes mathématiques les divisions de la longueur d'une corde vibrante et les intervalles sonores déterminés que l'on entend lorsqu'on la fait vibrer. Ainsi, avec une tension identique, une corde moitié moins longue laisse entendre une note plus aiguë, l'octave disons-nous aujourd'hui. Pythagore déterminera d'autres intervalles en divisant la corde selon des rapports simples : une longueur de $\frac{2}{3}$ (quinte), de $\frac{3}{4}$ (quarte), $\frac{4}{5}$ (tierce), etc.

Parla suite, on inventera toute une série d'appareils capables de mesurer la fréquence d'un son dont cette « sirène de Seebeck » (vers 1840).



Envoyons un jet d'air sur un disque percé de trous que nous mettons en rotation autour de son axe. A chaque tour du disque, le flux d'air est coupé autant de fois que le disque comporte de trous. Le nombre de vibrations par seconde sera d'autant plus élevé que la vitesse de rotation du disque est grande. Le son de la sirène devient plus aigu à mesure que la vitesse de rotation augmente.

Fréquence = nombre de trous X nombre de tours par seconde

On pourrait évoquer les théories des consonances des sons, des accords, la résonance, etc. Nous allons ci-dessous nous concentrer sur les symétries musicales.

Avant le 10^{ème} siècle, les mélodies étaient transmises oralement. C'est Guido d'Arezzo qui a inventé un mode de transcription universel, celui que nous utilisons encore aujourd'hui, ainsi que le nom des notes. La représentation graphique c'est-à-dire l'écriture musicale sur une portée de 5 lignes a donné à certains musiciens l'idée d'utiliser également les symétries du plan.

1. Expérience : analysons la « Musique de table pour deux violons »

La *Musique de table pour deux violons* est attribuée à W. A. Mozart. La partition est déposée sur la table, les deux interprètes se faisant face. L'un lit la partition à l'endroit, alors que l'autre la lit à l'envers. Dans l'exposition « Arts et Sciences », vous pouvez entendre une transposition pour piano reprenant la lecture de chaque musicien et l'ensemble (aussi disponible dans le catalogue-CD de l'exposition).



On peut considérer qu'il s'agit d'un palindrome musical, la partition se lisant à l'endroit ET à l'envers. Un palindrome est un nom ou un nombre qu'on peut lire indifféremment de gauche à droite ou de droite à gauche. ICI par exemple. On peut aussi imaginer des noms qui se lisent dans les deux sens, mais avec une signification différente. Exemple : TRACE se lit ECART. C'est souvent sur ce deuxième modèle qu'on retrouve les canons palindromiques. On retrouve des canons de ce genre chez Bach.

2. Canons

Les mélodies sont considérées par plusieurs comme des suites de notes et de rythmes qui peuvent être transformées mathématiquement. Guillaume de Machaut, Bach, Mozart et Haydn ont utilisé le palindrome musical. On peut citer « L'offrande musicale » et « les variations Goldberg » chez JS Bach.

Si on observe la partition de la symphonie 47 de Haydn, on constate que, dans « le menuet » les dix dernières mesures sont exactement l'inverse des 10 premières. Ce qui vaut à cette symphonie le sous-titre « le palindrome ».

3. Nombre d'or

D'autres musiciens ont utilisé le nombre d'or pour structurer leurs Œuvres musicales, surtout Roland de Lassus, Richard Wagner, Claude Debussy, Bela Bartok, Maurice Ravel ou Anton Webern.

Le nombre d'or correspond, d'un point de vue géométrique, à une proportion partageant un segment en deux parties inégales dont la plus grande est dans le même rapport au tout que la plus petite à la plus grande. Il s'exprime également comme la limite du rapport entre deux nombre successif de la série de Fibonacci.

Bartok en fit un principes de structuration dans un grand nombre de ses oeuvres. Le premier mouvement de la *musique pour cordes percussions et celesta* est construit sur ce principe. Ce mouvement comprend 89 mesures. La mesure 56 correspondant à la section d'or marque le point culminant d'une progression amorcée dès le début de l'oeuvre, se traduisant par une écriture de plus en plus dense et dramatique, et le point de départ d'un processus inverse à celui constaté jusqu'alors. La densité d'écriture va peu à peu diminuer pour revenir à une seule ligne mélodique puis au silence. A l'intérieur de ces deux sections principales la proportion de chacune des sous-sections est également conçu d'après le nombre d'or.

4. Une symétrie à l'opéra

Voici une dernière façon d'utiliser une symétrie. Dans l'opéra de Mozart « *così fan tutte* », on trouve deux jeunes gens, deux jeunes femmes, deux couples, une inversion et un retour à l'équilibre.

Deux couples au premier acte : deux tessitures différentes et deux styles différents (une soprano et un baryton ET une mezzo et un ténor), deux couples au second : deux styles identiques et deux tessitures plus homogènes : voix aiguës et médianes ensemble (soprano + ténor ET baryton + mezzo). Les deux couples du second sont le miroir des couples du premier puisqu'il y a eu croisement entre-temps. A vous d'observer et d'écouter, il y a encore bien des exemples à trouver... Dans la musique dodécaphonique par exemple.

5. Chimie et musique

Certains chimistes étaient aussi musiciens (Borodine par exemple). La chimie permet d'utiliser le facteur temps ou de créer des rythmes particuliers (Lejaren Hiller ou Elaine Bearer)

Pour en savoir plus

http://www.cmathematique.com/cgi-bin/index.cgi?page=contenu2_897

<http://recherche.ircam.fr/equipes/repmus/RMPapers/Assayag95c/>

<http://xavier.hubaut.info/coursmath/app/musique.htm>

<http://xavier.hubaut.info/coursmath/vie/symmus.htm>

Catalogues-CD « Arts et Sciences et « Symétries du monde ».

Quelques musiques à écouter :

1. sujet et renversement
 - Llibre vermell : laudemus virginem
 - Bartok : mikrokosmos n° 121
 - J.S. Bach : l'offrande musicale : canon per motum contrarium
2. Palindrome
 - J.S. Bach : canon à deux cancrizans (l'Offrande Musicale)
 - Machaut : Ma fin est mon commencement
 - Haydn : menuet et trio (Symphonie 47)
3. Aria de forme ABA
 - Haendel : arias (Le Messie, ...)
4. Symétrie binaire
 - J.S. Bach : Goldberg variations
5. Musique dodécaphonique (= 12 sons)
 - Schoenberg : canon «man über Schönberg denken wie man will» (pièce en miroir)
- Berg : suite lyrique
6. Nombre d'or
 - Bartok : musique pour cordes, percussion et celesta
 - Debussy : la mer
7. Une protéine mise en musique
 - <http://whozoo.org/mac/Music>