Mon choix d'accord pour l'épinette

Dominique Manchon, 27 juillet 2023

J'accorde mon épinette[1] au tempérament Bach-Lehman très légèrement modifié. Ce tempérament (mise à part cette petite modification que j'expliquerai un peu plus loin) a été mis au point par le claveciniste américain Bradley Lehman en 2005, à partir du dessin figurant sur la page de titre du premier volume du Clavier Bien Tempéré de J.-S. Bach (1722), reproduit ci-dessous.

La frise supérieure est constituée de 11 boucles principales et plusieurs boucles plus petites, certaines à l'intérieur des grandes. Dès 1998, le musicologue Andreas Sparschuh a suggéré que ce dessin n'était pas seulement décoratif, mais contenait des indications pour l'accord des claviers. Bradley Lehman reprend cette idée et propose le décodage suivant : chaque grande boucle correspond à une quinte descendante (ou, ce qui revient au même, une quarte montante) de gauche à droite. Le petit C ornant le grand C de *Clavier,* qui vient se loger entre les deux dernières grandes boucles, correspond à un Do. Chaque espace correspond à une note du cycle des quintes. On lit donc, de gauche à droite, le cycle des quintes descendantes[2]

La# Ré# Sol# Do# Fa# Si Mi La Ré Sol Do Fa

Rappelons que les quintes (ou du moins *certaines d'entre elles*) doivent être légèrement raccourcies, pour la simple raison qu'un empilement de 12 quintes successives fait un peu plus que 7 octaves[3]. Ce léger excès est le *comma pythagoricien* (ou comma enharmonique), qui vaut environ un neuvième de ton, plus exactement 23,46 cents… Pas si léger que ça, cet intervalle est parfaitement audible[4] ! Une quinte raccourcie de cette quantité sonne vraiment faux, c'est la quinte

---

[1] Copie d'une épinette Goujon du XVIIIème siècle réalisée pour mon père George Manchon par Derek Porteous en 1975.

[2] Si on veut absolument raisonner en termes de quintes montantes, il faut lire le dessin de droite à gauche ou le retourner. Mais ce n'est pas nécessaire à proprement parler.

[3] Mathématiquement, $(3/2)^{12}$ vaut environ 129,746. C'est un peu plus grand que $2^7=128$.

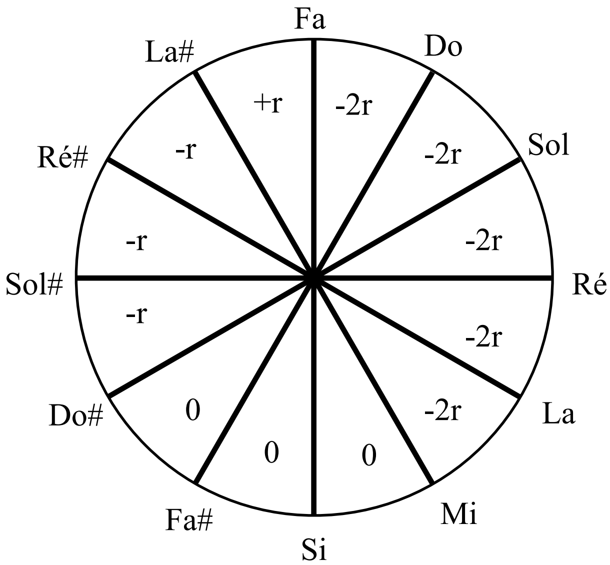
[4] Un *cent* est le centième d'un demi-ton tempéré, ou encore 1/1200ème d'octave. Les 23,46 cents qui constituent le comma pythagoricien s'expliquent par la délicieuse formule

$$\{\ln[(3/2)^{12}/2^7]/\ln(2)\} \times 1200 = 23{,}4600103846\ldots$$

que l'on peut vérifier sur sa calculatrice favorite.

du loup. Cinq à six siècles de recherches sur les tempéraments peuvent se résumer ainsi : comment répartir ce raccourcissement d'un comma pythagoricien entre les différentes quintes ? Le tempérament égal raccourcit chaque quinte d'un douzième de comma, soit 1,955 cents. Théorisé par Simon Stevin à la fin du XVIème siècle (et même un peu plus tôt en Chine), il ne s'est imposé qu'à la deuxième moitié du XIXème siècle. A l'époque de Bach, il coexistait avec de nombreux tempéraments inégaux, et il est maintenant admis que « bien tempéré » n'impliquait pas forcément l'usage du tempérament égal, qui a longtemps rencontré une forte résistance[5].

Selon Bradley Lehman, chaque grande boucle simple correspond à une quinte pure, chaque grande boucle avec une simple petite boucle à l'intérieur correspond à une quinte légèrement raccourcie d'une petite valeur *r*, et chaque quinte avec une double petite boucle à l'intérieur correspond à une quinte raccourcie du double, c'est-à-dire *2r*. De gauche à droite on remarque donc trois quintes raccourcies de *r*, trois quintes pures, et cinq quintes raccourcies de *2r*. Le dessin, du moins pour l'instant, ne dit pas quelle est la valeur de *r*, et ne dit pas non plus comment traiter la douzième quinte Fa-Sib (ou plus exactement la sixte diminuée Fa-La#), mais on remarque que le nombre total de petites boucles internes est égal à 13. Lehman propose de *rallonger* la dernière quinte Fa-Sib de la valeur *r*. Le raccourcissement total s'élève donc à *13r-r=12r*, autrement dit la valeur *r* est égale à un douzième de comma[6].



Le tempérament Bach-Lehman. La valeur de *r* est 1/12 de comma pythagoricien.

On peut se demander pourquoi les cinq quintes les plus raccourcies sont placées consécutivement. Il faut pour cela parler de la tierce majeure. Cet intervalle a longtemps été considéré comme dissonant. En effet, l'empilement de quatre quintes justes fournit deux octaves

---

[5] *Maintenant que le loup est dans tous les tons, l'ange ne peut plus descendre*. Propos du P. Jacob de Saint-Margen rapportés par Bruder en 1829.

[6] On a beaucoup glosé sur la petite boucle à gauche de la frise et sur les deux petites boucles à droite. Je propose l'interprétation suivante, qui corrobore l'hypothèse de Lehman : pour passer du Fa au La#, on emprunte les deux boucles de droite qui tournent *à l'envers* (dans le sens contraire des aiguilles d'une montre), on revient à l'extrême gauche du dessin et on emprunte la première petite boucle qui tourne à l'endroit. On a donc l'équivalent d'une grande boucle avec une seule petite boucle *rétrograde* à l'intérieur, ce qui correspond bien à une quinte *augmentée* de la valeur *r*.

augmentées du *diton* pythagoricien. Cet intervalle, de sonorité effectivement assez rugueuse, est décrit par le rapport de fréquences 81/64. Il est donc nettement plus grand que la tierce majeure pure, dont le rapport de fréquences est 5/4, autrement dit 80/64. L'excès s'appelle le *comma syntonique* et vaut environ 21,51 cents[7]. La différence entre les deux commas s'appelle le *schisma* et vaut environ 1,954 cents, soit presque exactement la valeur r ! Autrement dit, le comma pythagoricien vaut exactement $12r$ et le comma syntonique vaut presque exactement $11r$. Par conséquent, en enlevant quelques valeurs r à la tierce majeure pythagoricienne, on l'adoucit en la rapprochant de la tierce majeure pure[8]. Dans tout tempérament, égal ou non, les tierces majeures sont *en moyenne* trop grandes[9], mais dès que le tempérament est inégal, certaines tierces majeures se rapprochent de la valeur pure. C'est le cas des deux tierces Fa-La et Do-Mi dans le tempérament Bach-Lehman : elles sont raccourcies de $8r$, donc seulement $3r$ plus grandes que la tierce majeure pure. Le prix à payer est que d'autres tierces, dans des tonalités plus éloignées, se rapprochent dangereusement du diton pythagoricien. La plus grande ici est Mi-Sol# qui n'est qu'un douzième de comma (pythagoricien) plus petite que le diton[10].

Je n'ignore pas les grandes controverses et les critiques parfois féroces qui ont suivi l'apparition de ce tempérament, auxquelles Bradley Lehman a dû faire face. La polémique, qui a principalement enflé entre 2005 et 2010, est maintenant nettement retombée. Je ne suis pas qualifié pour affirmer que Lehman a véritablement découvert le tempérament que Bach utilisait, mais je n'exclus pas qu'il ait raison. Mon oreille apprécie particulièrement ce tempérament qui permet de jouer dans toutes les tonalités, qui acquièrent chacune leur personnalité. Certains tempéraments alternatifs proposés par ses contradicteurs (pas tous, précisons-le) présentent des tierces majeures plus grandes que pythagoriciennes, ce qui les rend d'emblée impropres à certaines tonalités, quoi qu'ils en disent !

La quinte légèrement trop grande Sib-Fa a fait l'objet de vives critiques : mais il faut souligner qu'elle est environnée de quintes raccourcies qui la rendent ainsi inoffensive pour ce qui est des tierces majeures. Par ailleurs certains tempéraments contemporains de Bach contiennent de telles grandes quintes, par exemple le tempérament circulaire de Neidhardt (1732) représenté à la fin de ce texte.

Mentionnons enfin la petite modification que j'ai récemment introduite : j'ai baissé les notes Sol# et Ré# chacune d'un douzième de comma pythagoricien (la valeur r). Ce changement presque

---

7 Grâce à la formule

$$[\ln(81/80)/\ln(2)] \times 1200 = 21{,}5062895967\ldots$$

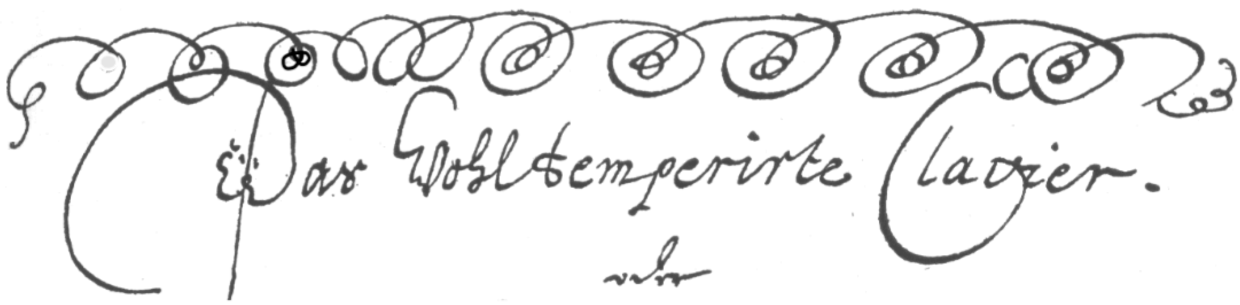
obtenue sur la même calculatrice…

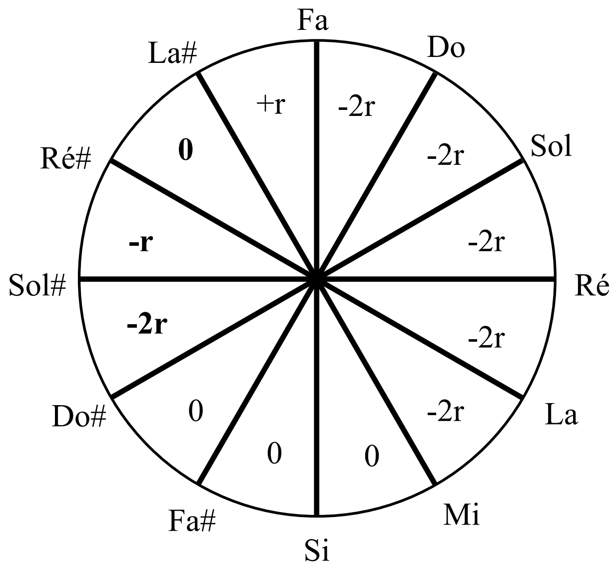
8 On voit ici l'importance capitale de cette valeur r. L'introduction de la quinte un peu trop grande Sib-Fa ne doit donc rien au hasard.

9 On peut assez facilement montrer que l'excès moyen est de $7r$ par rapport à la tierce majeure pure. Nous excluons les tempéraments à octave étirée (du type Cordier), et nous nous limitons ici aux divisions de l'octave en douze intervalles.

10 Le tempérament Vallotti, très utilisé en musique baroque, est constitué de six quintes diminuées de $2r$ suivies de six quintes pures. De ce fait, il contient trois tierces majeures pythagoriciennes, faisant sonner très durement les trois tonalités majeures correspondantes. On peut donc voir le tempérament Bach-Lehman comme une sorte de Vallotti amélioré.

imperceptible[11] adoucit un peu la tierce Mi-Sol# qui est maintenant à $2r$ de la valeur pythagoricienne, à égalité avec Réb-Fa et Lab-Do. J'ai adopté ce tempérament sur mon piano à queue Erard[12]. Cerise sur le gâteau, nombre de pièces postérieures à l'époque baroque sonnent particulièrement bien, de Grieg à Ravel en passant par Debussy et Lili Boulanger !





Le tempérament Bach-Lehman modifié.

En guise de conclusion, abordons maintenant le côté pratique :

1) Après avoir accordé le La de référence au diapason de votre choix (mettons 440 ou 415 pour fixer les idées), accordez le La de l'octave du dessous, puis la tierce majeure inférieure Fa de ce dernier La. Cette tierce doit faire entendre trois battements par seconde (un peu moins pour le diapason 415), et doit donc donner le tempo d'une valse assez modérée. Accorder l'octave Fa-Fa et vérifier la tierce majeure Fa-La du dessus, qui doit battre deux fois plus vite que la

[11] La valeur r, qui vaut donc à peu près deux cents, soit un centième de ton, se situe à la limite inférieure des intervalles que l'oreille peut percevoir entre deux sons consécutifs. Lorsque les deux sons sont émis en même temps et suffisamment prolongés, cet intervalle (et même des intervalles plus petits) redevient toutefois perceptible par les lents battements qu'il engendre.

[12] Ce qui m'oblige à l'accorder moi-même. N'ayant pas le coup de main d'un professionnel pour le calage des chevilles, l'accord ne tient pas très longtemps…

précédente (à défaut de parvenir à compter six battement à la seconde, fiez-vous à la couleur de l'intervalle).

2) Les quatre quintes Fa-Do, Do-Sol, Sol-Ré et Ré-La doivent avoir toutes la même couleur. La première émet environ un battement par seconde, la seconde un battement et demi. La troisième bat légèrement plus vite que la première, et de même la quatrième un peu plus vite que la seconde.
3) La quinte La-Mi est encore de la même couleur que les quatre précédentes : elle doit battre encore un peu plus vite que la troisième, mais moins que la seconde.
4) Les quintes Mi-Si, Si-Fa# et Fa#-Do# sont pures, elles ne doivent faire entendre aucun battement.
5) La quinte Do#-Sol# est de même couleur que sa voisine Do-Sol : elle doit battre à peine plus vite.
6) Sol#-Ré# doit battre très lentement, à peu près moins moitié moins vite que ses voisines Fa-Do et Sol-Ré. La quinte Ré#-La# est pure et ne bat donc pas, tout comme sa voisine Mi-Si.
7) Enfin, si les opérations précédentes ont été correctement réalisées, la dernière quinte Sib-Fa doit battre très lentement par excès.

Sur certains dispositifs électroniques (par exemple Organteq, ou Pianoteq 8, dont j'utilise les sons de clavecin quand l'épinette n'est pas disponible), on peut fabriquer son propre tempérament en indiquant la déviation souhaitée (en cents) par rapport au tempérament égal. La procédure est alors la suivante :

1) Arrondir la valeur *r* à 2 cents.
2) Les quintes réduites de la valeur 2*r* valent 698 cents, et s'obtiennent en retranchant 2 cents aux quintes tempérées.
3) Le quintes réduites de la valeur *r* (il y en a trois dans le tempérament Bach-Lehman, une seule dans la version modifiée) valent 700 cents et sont égales aux quintes tempérées.
4) Les quintes pures valent 702 cents et s'obtiennent en ajoutant 2 cents aux quintes tempérées.
5) La quinte Sib-Fa vaut 704 cents et s'obtient en ajoutant 4 cents à la quinte tempérée correspondante.

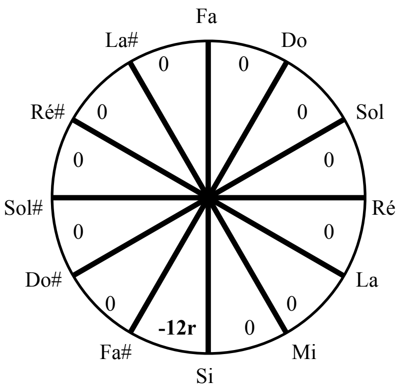
On obtient ainsi les déviations suivantes, exprimées en cents, par rapport au tempérament égal :

Do	+6	Fa#	+2
Do#	+4	Sol	+4
Ré	+2	Lab	+2
Mib	+2	La	+0
Mi	- 2	Sib	+4
Fa	+8	Si	+0

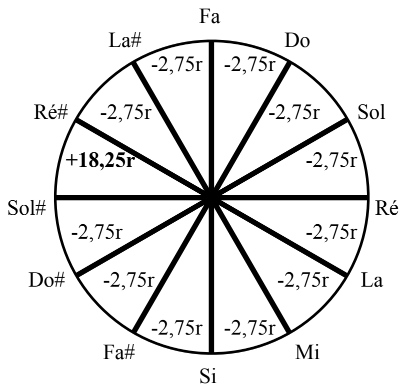
On peut noter que la différence entre le plus grand demi-ton (Mi-Fa) et le plus petit (Fa-Fa#) atteint 16 cents, soit presque un douzième de ton. Pour le tempérament Bach-Lehman *non modifié*, ajuster le Mib et le Lab à +4 au lieu de +2.

Références : le site de Bradley Lehman (http://www-personal.umich.edu/~bpl/larips/) fournit une description très complète de son tempérament, incluant les aspects pratiques de l'accordage, une justification par l'étude des pièces du Clavier Bien Tempéré, et les nombreux échanges avec ses détracteurs, auxquels il répond avec des arguments dont certains semblent assez solides. La reproduction de la page de titre provient d'une capture d'écran de l'article *Discrete Fourier* *transform and Bach's good temperament* par Emmanuel Amiot (Music Theory Online volume 15 numéro 2, juin 2009). La citation de Bruder à la note 5 provient du site de Didier Guiraud de Willot (https://organ-au-logis.pagesperso-orange.fr/carte.htm).

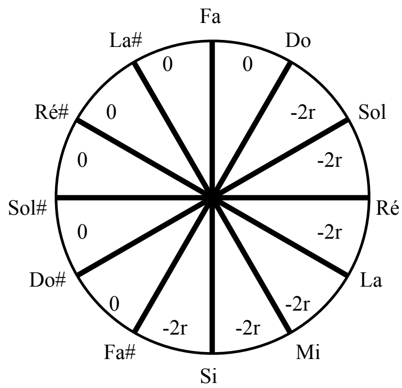
Quelques autres tempéraments. Pour une présentation générale d'un grand nombre de tempéraments anciens, le livre de Pierre-Yves Asselin (*Musique et tempérament*, Editions Jobert, Paris, 2000) est une très bonne introduction. Je recommande aussi l'excellent site de Gunnar Tungland (http://thegraphicalguidetotunings.blogspot.com/), inventeur d'une très belle représentation graphique des tempéraments. Tout choix de tempérament (en supposant les octaves parfaitement justes et un clavier de douze notes par octaves, voir note 9 ci-dessus) implique une répartition du comma pythagoricien sur un choix de quintes parmi les douze composant le cycle. Une grande famille de tempéraments anciens (peut-être même la majorité d'entre eux) utilise le douzième de comma pythagoricien qui, on l'a vu, coïncide presque exactement avec le schisma. Tout tempérament de cette famille raccourcit ou rallonge certaines quintes d'un multiple entier de valeurs *r*, *l*a somme des raccourcissements des douze quintes valant donc toujours 12*r*.



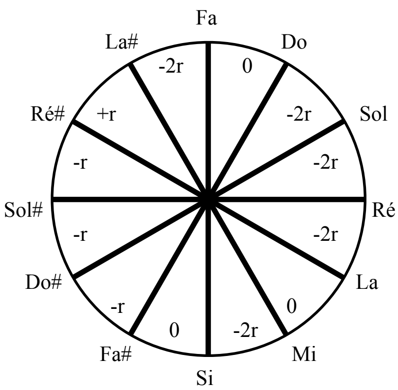
Tempérament pythagoricien (Zwolle, vers 1440). La quinte du loup Si-Fa# est réduite d'un comma pythagoricien 12*r*.



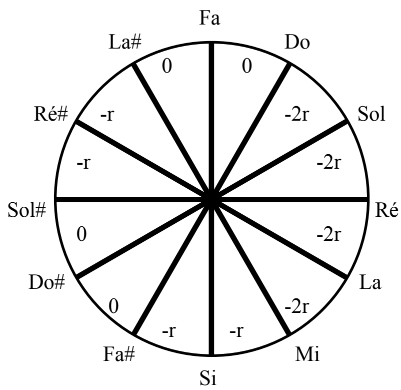
Tempérament mésotonique à tierces majeures pures (16ème siècle). Enorme quinte du loup Sol#-Ré#. Chaque quinte est réduite d'un quart de comma syntonique, soit 2,75*r*.



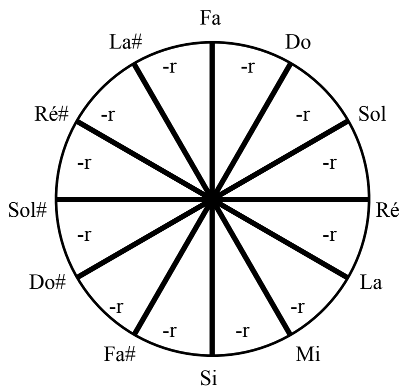
Tempérament Tartini-Vallotti (vers 1750).



Tempérament Neidhardt circulaire No 3-4 (1732). Noter la quinte Ré#-La# rallongée de la valeur *r*.



Tempérament Neidhardt *Kleine Stadt* (1732). On peut remarquer une certaine ressemblance avec Bach-Lehman, en particulier le placement des quatre quintes consécutives réduites de 2*r*.



Tempérament égal.